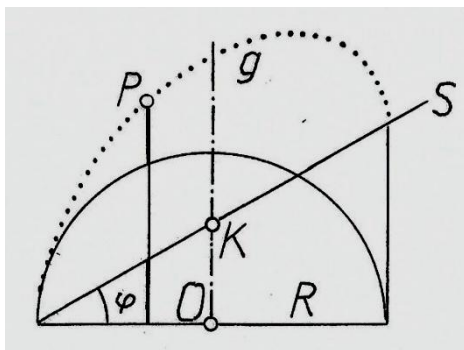


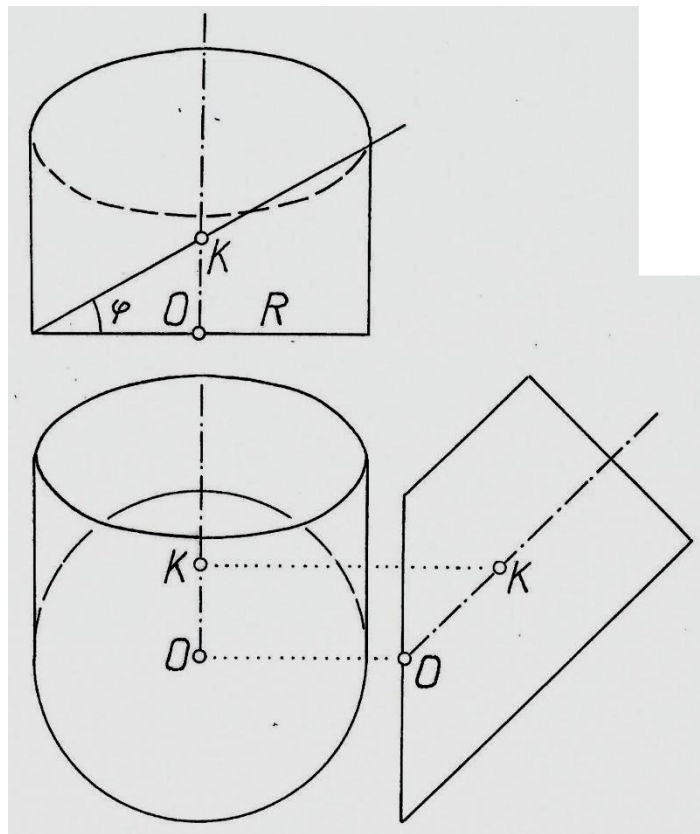
EGY SÍKGEOMETRIAI FELADAT TÉRGEOMETRIAI MEGOLDÁSA

Írta: Hajdu Endre

Az alábbiakban az első ábrán látható g görbe elemzéséről, két különböző módon lehetséges értelmezéséről esik szó. A pontsorozatként megrajzolt görbe származtatása az 1. ábra alapján a következő: a félkör átmérője és a ferde egyenes közti „függőleges” metszékét fölmérve a félkör fölött, a kapott P pont a g görbe egy pontja. Kérdés: milyen görbe az átmérő minden pontjának megfelelői által alkotott alakzat?



1. ábra

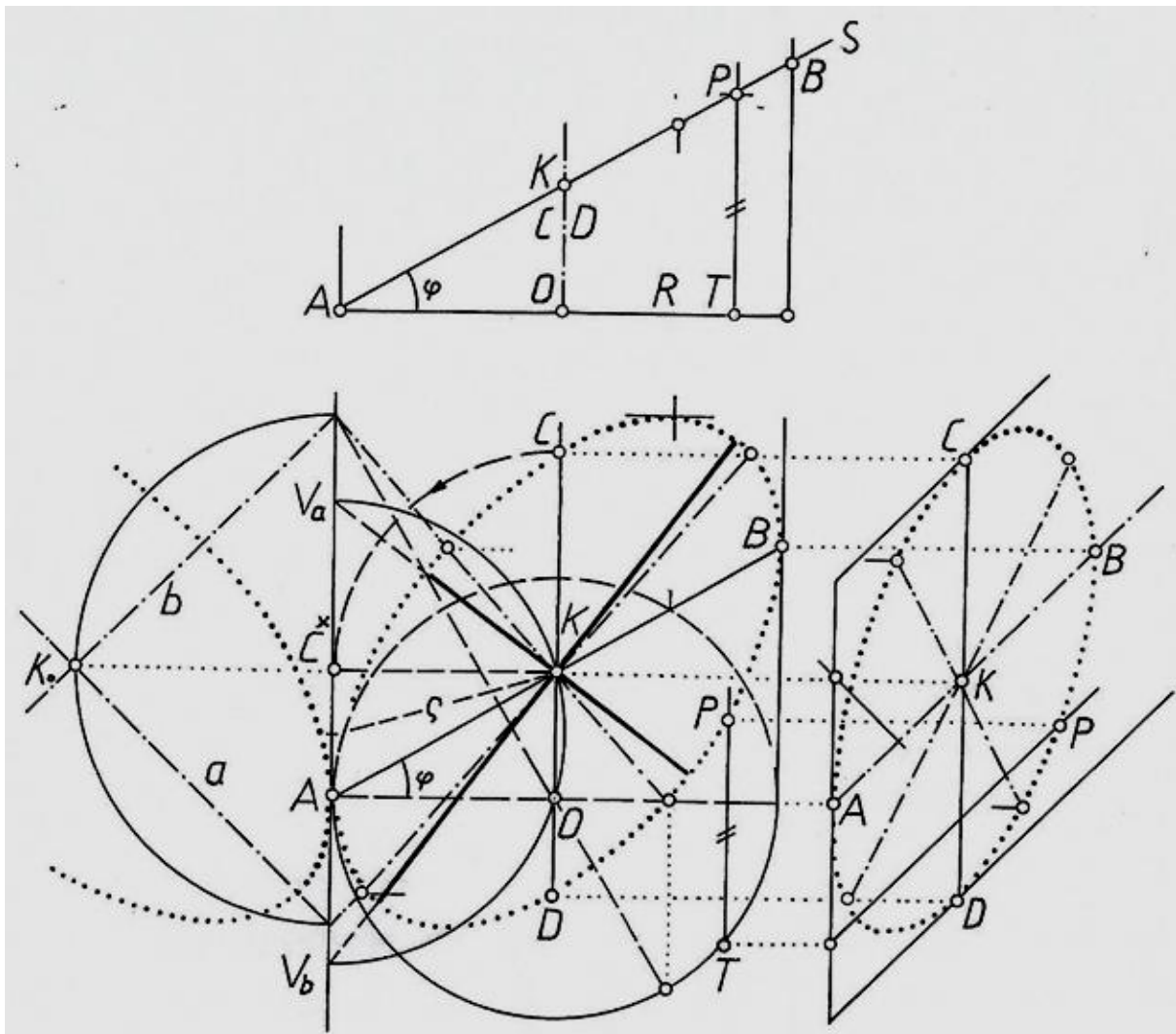


2. ábra

Galgóczi Gyula dolgozata (G. GY.: **Egy sajátos kosárgörbéről**) számítással igazolja, hogy a görbe egy ellipszis íve. Az adott elemek egyszerűsége arra indít, hogy próbáljuk térbeli alakzatokkal kapcsolatos feladatként értelmezni a problémát; ha az adott félkört teljes körre egészítjük ki, s az eredeti ábrát részeire bontjuk s részben elmozdítjuk, akkor a kör egy ferde körhenger alapkörének, a ferde egyenest egy vetítősík második képének tekintjük, akkor a 2. ábrán látható ferde körhenger három vetülete adódik, s a probléma az ábrázoló geometria eszközeivel kezelhető.

Ismeretes, hogy egy ferde körhenger általános helyzetű síkmetszete ellipszis, melynek középpontja a henger tengelyének és az S metsző sík közös K pontja.

Ez utóbbinak az alapkör síkja fölötti magassága az előlnézetből (3. ábra) nyerhető, e távolságot az oldalnézetben fölmérve adódik a henger 45° dőlésszögű tengelyének oldalnézete. Megemlítést érdemel, hogy esetünkben szükségtelennek tekinthető a vetületek szokásos, vesszőkkel való egyértelműsítése. Már szerkeszthető egy tetszőleges hengeralkotó és annak a metszetgörbére eső P pontja, vagyis az alkotó és a metsző sík közös pontja. Az alapkör tetszőleges T pontjához illeszkedő alkotó párhuzamos a felület tengelyével, a keresett P pontnak az alapsík fölötti magasságát az alkotó előlnézetéről nyerjük. Értelmet kap ilyen módon az első ábra P pontjának szerkesztése.



3. ábra

Ezután megszerkesztjük a vetület-ellipszis azon társátmérő (konjugált átmérő) párját, melyek egyike az AB , másika a CD szakasz. Most már meghatározhatjuk a vetület-ellipszis tengelypárját. A Rytz-szerkesztést követve a C pontot K pont körül 90° -kal elforgatva a C^* pontot kapjuk. Az AC^* szakasz felezőpontja köré írt φ sugarú félkör V_a és V_b végpontjai a kép-ellipszis nagy-, ill. kistengely egye -

nesének pontjai. A $KO = R \cdot tg\varphi$ távolság és a $\varsigma = \frac{R}{2}\sqrt{4+tg^2\varphi}$ távolság
fölhasználásával a vetület-ellipszis fél tengelyhosszai:

$$a^* = \frac{R}{2}(\sqrt{4+tg^2\varphi} + tg\varphi) \text{ és } b^* = \frac{R}{2}(\sqrt{4+tg^2\varphi} - tg\varphi).$$

A metszet ellipszis valódi tengelypárja és a henger alapkörének egy társátmérő -
párja közt affinitás áll fenn, melynek tengelye az S sík nyom-egyenes. Az el-
lipszis és az alapkör középpontjában egymást metsző tengely-egyenesek, ill.
átmérő-egyenesek egymásra merőlegesek, megszerkesztésük egy *Thalész-gömb*
segítségével lehetséges, középpontját az oldalnézet A és K pontjának távolság
felező merőlegese jelöli ki. Az ábrán a tengely-egyeneseket pont-vonalak szem-
léltetik, a tengely-végpontok szerkesztését az ábra csupán egy kistengely vég-
pontjának esetében szemlélteti. A valódi a, b fél tengely-méretek az ellipszis sík-
jának beforgatása révén kaphatók.

A kép-ellipszis tengely-adatok a fentiek szerint könnyebben adódtak, mint a ter-
jedelmes számítás révén, igaz viszont, hogy a valódi tengelyméreteket képlet
alakban csak további számítás útján nyernénk.

Sopron, 2020. 06. 16.